

(研究ノート) 労働組合による賃金決定： 2世代が労働を供給する OLG モデルの定常 均衡分析 (その 1)

三宅伸治 *

概要

同一期に若年労働と老年労働が存在し、労働組合が独占力をもって賃金を決定する経済において、定常均衡が存在することを数値例によって示す。(その 1) では、労働組合の最適化行動により、若年労働者および老年労働者の賃金が決定される必要条件の導出について述べる。

1 はじめに

失業の理論研究は古くからある。無限期間の計画視野をもつ個人を想定したモデルでは、失業給付や留保賃金の問題などが活発に研究されてきた。とりわけ Pissarides (2000) に代表されるサーチ・マッチングモデルは広く知られており、理論、実証ともに膨大な数の研究がある。近年では、Nakamura and Zeira (2024) のように Acemoglu and Restrepo (2018) の Task-based model を用いた失業の研究もある。

これら一連の研究に比べると世代重複モデルを用いた失業研究は少ないが、例えば次のような研究がある。Bean and Pissarides (1993) は労働市場のマッ

* E-mail: smiyake@seinan-gu.ac.jp

チングに摩擦がある経済環境において経済成長と失業率の関係を分析した。Daveri and Tabellini (2000) では、賃金への課税が、労働と資本の代替を通じて経済成長と失業の関係に影響を与えるモデルが構築されている。Kaas and Thadden (2003) では right-to-manage モデルを用い、労働と資本の代替の弾力性に注目し失業をとまなう短期および長期の均衡の特性が分析された。同じく right-to-manage モデルを用いて Kaas and von Thadden (2004) は、財政赤字の大きさが失業期間に影響があることを理論的に示した。Lingens and Wälde (2009) は、失業給付や低所得層の所得を悪化させることなく失業率を削減する方策を検討した。また、賃金決定について独占力をもつ労働組合が存在するという設定のもと、Ono (2007) は、年金保険料が失業率の動学経路に与える影響を、Ono (2010) は、年金制度の違いが経済成長と雇用の関係にどのように影響するかを分析した。田中 (2020) では、2 世代世代重複モデルを用いて完全雇用を実現するための財政政策が議論されている。田中 (2021) では、3 世代重複モデルにおいて非自発的失業が発生するモデルを構築している。いずれも興味深い研究であるが、現時点で世代重複モデルを用いた失業研究はそれほど多いとは言えないだろう。

上述の研究はいずれも一世代のみが労働を供給するモデルであり、1 時点に異なる二つの世代が労働を供給するモデルではない。三宅 (2010) と三宅 (2015) での研究の関心は、高齢化・人口減少社会を念頭におき、若年労働者と壮年世代を明示的に分けたモデルを構築することにあつた。各時点において異なる世代が同時に存在する構造をもつモデルということもできる。財政が逼迫した状況において何らかの雇用政策・失業対策を実施すると、どの世代の労働者にどのような影響が及ぼされるかについて理論的に議論できる枠組みが必要であると考えからである。そのため、三宅 (2010) と三宅 (2015) では、若年労働者と壮年労働者を明示的に区別した世代重複モデルを構築した¹⁾。モデルの詳細は後述するが、そこではいずれも Bean and Pissarides (1993) になら

¹⁾三宅 (2010) は 2 世代重複モデル、三宅 (2015) は 3 世代重複モデルである。

い、非ワルラス的な賃金決定メカニズムとして、労働者と企業が賃金を直接交渉する形をとった。

一方、Kaas and von Thadden (2004) にみられるように、賃金は労働組合と企業(連合)との交渉で決めるという設定の研究も多い。労働組合組織率の低下は指摘されているが、ヨーロッパを中心に労働協約の適用率が高い国も多い。そのため分析目的によっては、労働組合による賃金決定モデルを採用する方がモデルの結論に説得力をもたせることができる場合もあるだろう。この研究ノートでは、三宅(2010)の設定を活用しつつ、Ono(2010)にしたがい労働組合による賃金決定をモデルに導入する。ここでの設定は単純だが、目的関数の非同次性により解の明示的な導出は難しいため数値解による分析を試みる。研究ノート(その1)では、個人の最適化問題および労働組合の最適化問題までを扱う。(その2)では、企業の最適化問題および政府の行動について述べる。

本研究ノートの構成は次の通りである。第2節では、三宅(2010)のモデルを簡単に紹介したあと、労働組合の最適化によって賃金決定するときの一階条件を導出する。第3節では、2世代が労働を供給するモデルを構築する際に問題となる技術的な側面についてコメントする。

2 モデル

賃金決定が組合の最適化行動によることを除けば、設定は三宅(2010)と同様である。2.1節では三宅(2010)のモデルを簡潔にまとめる。2.2節では労働組合による最適化行動を描写し、賃金決定の必要条件を導出する。

2.1 三宅(2010)のモデル

モデルは、三宅(2010)にしたがう²⁾。モデルの構成は以下の通りである。

²⁾三宅(2015)も同様の設定であるが、そこでは3期目に引退世代が入る点が大きく異なる。つまり、三宅(2015)は、1期目および2期目に労働を供給し、3期目に引退する3世代重複モデルである。3世代重複モデルにおいては、2期目においても意思決定する必要があるため、

2.1.1 個人の解く最適化問題

個人は、生まれた1期目と翌期の2期目の2期間労働を供給する。1期目を若年期、2期目を老年期という³⁾($j = 1, 2$)。各期ごとの効用関数は2次関数であると仮定する。老年期の効用を主観的割引率(ρ)により割り引いた上で2期間の効用を足したものが生涯の効用であるとし、 t 期に生まれた個人(世代 t)は、これを最大化するよう2期間の消費($c_{1,t}, c_{2,t+1}$)を決定する⁴⁾。

$$u(c_{1,v}) + \frac{1}{1+\rho} \mathbb{E}[u(c_{2,v+1})] \quad (1)$$

$$u(c_{j,v}) = \mathcal{A}c_{j,v} - \frac{\mathcal{B}}{2} c_{j,v}^2 \quad (2)$$

個人は各期(v)において、一定の確率($u_{j,v}$)で失業する。失業した場合は失業給付($b_{j,v}$)を得る。就業した場合は賃金($w_{j,v}$)の一定割合($\tau w_{j,v}$)を所得税として政府に納税する($0 < \tau < 1$)。第1期に自身の状態が就業か失業かを認識したあとに生涯の消費を決定する。すなわち、第1期に意思決定をする時点では、老年期の就業状態を知らないまま将来の消費、ないしは、貯蓄を決定する。老年期に就業できるかどうかの確率分布($1 - u_{j,t}, u_{j,t}$)を所与として行動するため、個人は賃金等を所与として、生涯の期待効用を最大化することにより若年期の消費と老年期の消費を決める。次の $y_{j,v}$ は、 v 期における収入をあらわす確率変数である。

$$y_{j,v} = \begin{cases} w_{j,v}^\tau & 1 - u_{j,v} \\ b_{j,v} & u_{j,v} \end{cases} \quad (3)$$

モデルを解く際はバックワードに解く必要がある。本モデル(および三宅(2010))では引退する期は存在せず、2期目が最終期であることから、(1期目に2期目の消費は既に決めているため)2期目にするべき意思決定はない。こうして、バックワードに解くことなく、1期目に期待効用を最大化することによりモデルを解くことができる。

³⁾労働を供給するので壮年期とも言えるが、2期間モデルの慣例にしたがい老年期とよぶ。

⁴⁾2つ目の添字はカレンダー時間を表す。 $c_{2,v}$ は第 v 期において老年世代となった個人の消費をあらわす。この個人の世代は生まれた期でよぶこととするため $v - 1$ 世代になる。

貯蓄をするのは若年期に就業した個人のみと仮定する。 t 期に、就業した若年期の消費を

$$c_{1,t} = w_{1,t}^\tau - s_t \quad (4)$$

とする。ただし、 $w_{1,t}^\tau = (1 - \tau)w_{1,t}$ である⁵⁾。 $t + 1$ 期に、就業する老年期の消費は

$$c_{2,t+1} = \begin{cases} w_{2,t+1}^\tau + R_{1+t}s_t & 1 - u_{2,t+1} \\ b_{2,t+1} + R_{1+t}s_t & u_{2,t+1} \end{cases} \quad (5)$$

と書ける⁶⁾。 s_t は t 期に選択される貯蓄の大きさをあらわす⁷⁾。

(4) 式、(5) 式を (2) 式と (1) 式に代入し、 s_t で最大化することにより次の式を得る。

$$\tilde{s}(w_{1,t}, w_{2,t+1}) \equiv \frac{R_{t+1}}{1 + \rho + (R_{t+1})^2} \left\{ \frac{1 + \rho}{R_{t+1}} \left(w_{1,t}^\tau - \frac{A}{B} \right) + \left(\frac{A}{B} - \mathbb{E}[y_{2,t+1}^\tau] \right) \right\} \quad (6)$$

ただし、以下では分析を簡潔にするため全ての期において $1 + \rho = R_v$ を仮定する⁸⁾。

$$s(w_{1,t}, w_{2,t+1}) \equiv \frac{1}{\tilde{R}} \{ w_{1,t}^\tau - \mathbb{E}[y_{2,t+1}^\tau] \} \quad (7)$$

を用いる。ここで、 $\tilde{R}_{t+1} \equiv \frac{1}{2+r_{t+1}}$ 、また、

$$\mathbb{E}[y_{2,t+1}^\tau] \equiv (1 - u_{2,t+1})w_{2,t+1}^\tau + u_{2,t+1}b_{2,t+1} \quad (8)$$

である。

⁵⁾ $0 < \tau < 1$ である。

⁶⁾ R は粗利率をあらわすものとする。

⁷⁾ 貯蓄は若年期にしかなされないで、世代をあらわす添字は省略する。

⁸⁾ 本来は主観的な割引率であるが、分析結果を明確にするため、市場金利で割引くことにする。

2.2 労働組合の最適化行動

前節で確認した三宅 (2015) の設定のもと、Ono (2010) にしたがって、労働組合が独占力をもって賃金を決定する状況を考える。労働組合はその目的関数として、若年労働者の t 期の効用 $u(c_{1,t})$ と、老年労働者の t 期の効用 $u(c_{2,t})$ に代入した加重和を最大化すると仮定する。ただし、ある定数 \bar{W} に対して賃金総額が制約 $w_{1,t} + w_{2,t} = \bar{W}$ にしたがうとする。すなわち、労働組合の最適化行動を、線形制約付きの最大化問題として定式化する⁹⁾。

目的関数は、(7) 式を (4) と (5) し、それらを (1) に代入して得られる間接効用関数であり、次のようになる¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} & \nu \left(\mathcal{A}(w_{1,t}^\tau - s_t(w_{1,t}, \cdot)) - \frac{\mathcal{B}}{2} (w_{1,t}^\tau - s_t(w_{1,t}, \cdot)) + \right. \\ (1-u_{2,t+1}) & \left. \left[\frac{1}{R_{t+1}} \left\{ \mathcal{A}(w_{2,t+1}^\tau + R_{t+1}s_t(w_{1,t}, \cdot)) + \mathcal{B}2 (w_{2,t+1}^\tau + R_{t+1}s_t(w_{1,t}, \cdot))^2 \right\} \right] \right. \\ & \left. + u_{2,t+1} \left[\frac{1}{R_{t+1}} \left\{ \mathcal{A}(b_{2,t+1} + R_{t+1}s_t(w_{1,t}, \cdot)) + \mathcal{B}2 (b_{2,t+1} + R_{t+1}s_t(w_{1,t}, \cdot))^2 \right\} \right] \right) \\ & + (1-\nu) \left(\mathcal{A}(w_{1,t-1}^\tau - s_t(\cdot, w_{2,t})) - \frac{\mathcal{B}}{2} (w_{1,t-1}^\tau - s_t(\cdot, w_{2,t})) + \right. \\ & \left. + (1-u_{2,t}) \left[\frac{1}{R_t} \left\{ \mathcal{A}(w_{2,t}^\tau + R_t s_t(\cdot, w_{2,t})) + \frac{\mathcal{B}}{2} (w_{2,t}^\tau + R_t s_t(\cdot, w_{2,t}))^2 \right\} \right] \right) \end{aligned}$$

⁹⁾ この設定の一つの解釈は、企業との交渉の結果として組合員への配分可能な原資が確定した後、若年労働者と老年労働者のあいだで賃金の分け方を決定しているというものである。本モデルでは単純化のため外生的に配分可能な原資が確定されていることになる。

¹⁰⁾ 正確さを期すため (9) 式を全て書いたが、簡潔に書いた式の方が全体像をとらえやすいかもしれない。貯蓄関数の中の変数を省略した式を付録に書いた。

$$+u_{2,t} \left[\frac{1}{R_t} \left\{ A(b_{2,t} + R_t s_t(\cdot, w_{2,t})) + \frac{B}{2} (b_{2,t} + R_t s_t(\cdot, w_{2,t}))^2 \right\} \right] \quad (9)$$

ν は若年労働者のウエイト、 b は失業給付を表すパラメータである。失業率 ($u_{j,v}$) と所得税率 (τ) は内生変数であるが、組合はこれらを所与として行動する。一階の必要条件および (その 2) で言及する生産技術、政府の制約を用いて最適解 ($w_{1,t}, w_{2,t}$) が得られる。 $u_{j,v}$ と τ の取り扱いについても (その 2) で述べる。

3 考察

以下では、失業の可能性がある経済環境において 2 世代が労働を供給する Right to manage モデルを構築するにあたって気づいたことを述べる。最初に、個人による最適化問題の解き方と効用関数の関数型選択について、次に労働組合の目的関数の関数型選択について述べる。

3.1 最適化問題の解法と効用関数の関数型について

本研究ノートのモデルでは個人は 2 期目にも労働を供給するが、失業の可能性も考慮して消費 (または貯蓄) の決定をするため、将来が不確実な状況で最適化問題を解くことになる。このモデルのように 3 期目が存在しない場合、すなわち、労働を供給する 1 期目と 2 期目のみの計画期間の場合、第 1 期に就業か失業かが判明した後に意思決定するという環境であれば、期待効用の最大化問題を解くことになる¹¹⁾。

本研究ノートの経済環境のもとでは、多くの場合取り扱いやすいコブ=ダグラス型や、実質的に同じであるが対数型の効用関数を用いることは難しいと思

¹¹⁾ 2 期目にいずれの就業状態であろうと新たな意思決定は不要である。一方、三宅 (2015) のように、3 期目として引退する期を計画期間に含める場合、バックワードに解くことにより、1 期目と 2 期目に最適化問題を解くことができる。

われる。期待効用を最大化する場合一階の必要条件が貯蓄の2次式になるため、解けないわけではないが、その後の取扱いが容易ではないからである¹²⁾。2次関数の効用関数であれば、(7)式で示したように貯蓄が期待効用に依存することが明示的に導出できるなど取り扱いやすい側面がある。ただし、次項で言及するように別の観点からは、2次関数の効用関数は問題点をもつ。

3.2 労働組合の目的関数について

ナッシュ交渉解が取り扱い易くなる場合、その理由の一つは、一次同次の効用関数にあるようである。労働組合が賃金交渉する設定のもとでは、ナッシュ積として、

$$(\text{組合の目的関数} - \text{外部オプション})^\delta (\text{企業の利潤} - \text{外部オプション})^{1-\delta} \quad (10)$$

が用いられることが多い¹³⁾。組合の目的関数としては個人の効用を使うことが多い。組合の外部オプションとしては、組合の目的関数に交渉が失敗したときの賃金または所得を代入したものを使用することが多いようである。ここで個人の効用関数が一次同次、かつ、不確実性がない2世代重複モデルであれば、ナッシュ積の一部が所得(賃金)と関連した変数に比例するため、ナッシュ積の最大化が容易に解ける構造をもつことになる¹⁴⁾。

しかしながら前節で見たように、不確実性があり期待効用を最大化する環境では一次同次の効用関数は必ずしも取り扱いやすくない。そのため本研究では2次関数を採用した。2次関数は一次同次ではないため間接効用関数を所得に比例する形で表現できず、ナッシュ交渉解が解きやすくなるという特徴を持たない。このような理由から、この研究ノートではOno (2010)にならい、組

¹²⁾本モデルと異なる形で不確実性を導入するのであればこの限りではないだろう。

¹³⁾ δ は労働組合の交渉力をあらわす。

¹⁴⁾具体的にはナッシュ積の(組合の目的関数 - 外部オプション)の項が、間接効用関数に関連した項と、所得(賃金)と関連した変数の積として表される。例えば、Bean and Pissarides (1993), Kaas and Thadden (2003), Kaas and von Thadden (2004) 参照。

合と企業連合の交渉ではなく、組合が間接効用関数そのものを最大化するよう賃金を決定することとした¹⁵⁾。

4 付録

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(w_{1,t}^\tau - s_t) - \frac{\mathcal{B}}{2}(w_{1,t}^\tau - s_t)^2 \\
 & + \frac{1}{1+\rho} \left((1 - u_{2,t+1}) \left[\mathcal{A} \{ w_{2,t}^\tau + (1 + r_{t+1})s_t \} - \frac{\mathcal{B}}{2} \{ w_{2,t}^\tau + (1 + r_{t+1})s_t \}^2 \right] \right. \\
 & \quad \left. + u_{2,t+1} \left[\mathcal{A} \{ b_{2,t} + (1 + r_{t+1})s_t \} - \frac{\mathcal{B}}{2} \{ b_{2,t} + (1 + r_{t+1})s_t \}^2 \right] \right) \quad (11)
 \end{aligned}$$

参考文献

- Acemoglu, Daron and Pascual Restrepo (2018) “The Race between Man and Machine: Implications of Technology for Growth, Factor Shares, and Employment,” *American Economic Review*, Vol. 108, No. 6, p. 1488–1542, June.
- Bean, C. and C. Pissarides (1993) “Unemployment, consumption and growth* 1,” *European Economic Review*, Vol. 37, No. 4, pp. 837–854.
- Daveri, Francesco and Guido Tabellini (2000) “Unemployment, growth and taxation in industrial countries,” *Economic Policy*, Vol. 15, No. 30, pp. 48–104, 07.

¹⁵⁾正確に言うと、Ono (2010) では、組合は雇用されている労働者だけでなく、失業者の所得（失業給付）を加えたものを最大化するよう賃金を選択している。

- Kaas, Leo and Leopold von Thadden (2004) “Budgetary Policy and Unemployment Dynamics in an OLG Model with Collective Bargaining,” *Economic Journal*, Vol. 114, No. 498, pp. 867–889, 09.
- Kaas, Leo and Leopold von Thadden (2003) “Unemployment, factor substitution and capital formation,” *German Economic Review*, Vol. 4, No. 4, pp. 475–495.
- Lingens, Jörg and Klaus Wälde (2009) “Pareto-Improving Unemployment Policies,” *FinanzArchiv / Public Finance Analysis*, Vol. 65, No. 2, pp. 220–245.
- Nakamura, Hideki and Joseph Zeira (2024) “Automation and unemployment: help is on the way,” *Journal of Economic Growth*, Vol. 29, No. 2, pp. 215–250.
- Ono, Tetsuo (2007) “Unemployment dynamics in an OLG economy with public pensions,” *Economic Theory*, Vol. 33, No. 3, pp. 549–577.
- (2010) “Growth and unemployment in an OLG economy with public pensions,” *Journal of Population Economics*, Vol. 23, pp. 737–767.
- Pissarides, C.A. (2000) *Equilibrium unemployment theory*: the MIT press.
- 三宅伸治 (2010) 「高齢化が世代別失業率に与える長期的影響：基本モデル構築の試み」, 『経済学論集』, 第 45 巻.
- (2015) 「世代別失業率と資本蓄積」, 『経済学論集』, 第 50 巻.
- 田中靖人 (2020) 「非自発的失業の存在について：世代重複完全競争モデルを用いて」, 『経済学雑誌』, 第 121 巻, 第 1 号, 1–20 頁.
- (2021) 「完全雇用実現のための財政政策について：世代重複モデルによる理論的分析」, 『MACRO REVIEW』, 第 33 巻, 第 1 号, 52–70 頁.