

貧困の絶対測度と相対測度の計測

— Kolm-Zheng 型と FGT 型 —

吉 岡 慎 一

はじめに

ある所得分配において、すべての所得および貧困線が等額変化したとき、貧困は不変と判断するのが絶対測度であり、すべての所得および貧困線が等比例的に変化したとき、貧困は不変と判断するのが相対測度である。いわゆる絶対的貧困と相対的貧困は¹⁾、貧困線の絶対性と相対性とに密接に関連しているが²⁾、本稿では相対的貧困の範疇内で相対的貧困線を受け入れ、貧困測度の絶対性と相対性に分析が集中される。貧困の相対測度の計測は頻繁に行われているが、我が国を含め、たいていの国で採用されているのは多数ある相対測度の中からよく知られた頭数比とも呼ばれる貧困率と貧困ギャップ比である³⁾。しかし、これらの測度は、貧困測度としての望ましい原理をいくつか満たしてない。また、貧困の絶対測度に関しては Blackorby=Donaldson (1980) および Chakravarty (1983) による検討、提案以降、理論的な考察はかなりあるが、実際に絶対測度を計測した例はほとんどない。

特に、我が国の貧困の相対測度の時系列変動については阿部(2006)、橋木・浦川 (2006)、吉岡 (1996, 2006) などの先行研究があるが⁴⁾、絶対測度の時系

1) 貧困の絶対概念にたいする批判 (Townsend, 1954, 1985) と相対概念にたいする批判 (Sen, 1981, 1985) とがある。

2) 吉岡 (1996)。

3) 日本に関する貧困の計測に限定すると、貧困率や貧困ギャップ比以外の測度を利用した研究は、Sen (1976) 測度および Takayama (1979) 測度を利用した高山 (1980) と Sen 測度、Watts (1968) 測度、FGT (1984) 測度などを利用した橋木・浦川 (2006) および吉岡 (2006) 以外にほとんどない。

列変動についての研究はほとんどない。そこで、本稿において我が国における貧困の絶対測度と相対測度の1970年代中期から2005年頃までの変動が明らかにされ、また、それらと所得分配の絶対不平等測度と相対不平等測度の変動との比較が行われる⁵⁾。

ところで、不平等や貧困の分析に利用される実際の所得分配は、個票データの形式で入手できることは希で、その分布の要約表が政府関連の統計局から公表されるのが通常である。所得分配の要約表は特定の所得範囲ごとにその範囲に入る個人や世帯の度数が示された形式で、たいてい所得階級の代表値が与えられてなく、特に特定の所得階級が開端区間になっているという実際の推計上の難点がある。そこで、補論において、所得階級の開端区間に「一般化パレート分布」を想定し、所得階級の開端区間の処理法が検討される。

1. 貧困測度

1.1 貧困原理

所得ベクトル $x \in R^n$ と貧困線 $z > 0$ が与えられたとき、

$$P(x, z): R_+^{n+1} \rightarrow R^1.$$

を貧困測度という。貧困測度をその性質によって、おおきく2つに分けると、次のように「絶対不変性」を満たす絶対測度と「相対不変性」を満たす相対測度とに分類される⁶⁾。

絶対不変測度；

$$P(x, z) = P(x + c1^n, z + c).$$

ここに、 1^n はすべての要素が1に等しい n 次元ベクトル、 c はスカラーを各々表す。

4) 阿部 (2006) および橘木・浦川 (2006) では、『所得再分配調査』の個票データが利用されているために、時点数が相対的に少ない。吉岡 (2006) では、『国民生活基礎調査』の年次データが利用され、1970年代中頃から2000年代初頭までの相対測度の時系列変動が明らかにされている。

5) 我が国において所得分配の絶対不平等測度の計測は、吉岡 (1986, 2007, 2008) 以外にほとんどない。

6) Blackorby=Donaldson (1980).

相対不変測度；

$$P(x, z) = P(cx, cz), c > 0.$$

Sen (1976) による貧困測度への公理論的アプローチ以降、多数の貧困原理が検討されている。例えば、Zheng (1997) は貧困研究においてしばしば取り挙げられる貧困に関する諸原理を多数検討し、その内最も基本的な8つの原理を第1グループとそれに付随して次に重要で合理的な8つの原理を第2グループとに区分している。ここでは、本稿で実際の計測に採用される測度に関連した主要な原理を明示しておく。

(F) Focus (焦点性)

(S) Symmetry (対称性)

(M) Monotonicity (単調性)

(WT) Weak Transfer (弱移転性)

(RI) Replication Invariance (複製不変性)

(WTS) Weak Transfer Sensitivity (弱移転感応性)

(F) Focus 原理

分配 y が貧困線 z の上方における所得変化によって分配 x から得られた場合、

$$P(x, z) = P(y, z).$$

が成り立つ。つまり、 $P()$ は非貧困者の所得に関する情報に影響を受けない。

(S) Symmetry 原理

PM を置換行列とするとき、 $y = PMx$ ならば、

$$P(x, z) = P(y, z).$$

が成り立つ。つまり、2人の所得を交換しても、 $P()$ は変化しない。

(M) Monotonicity 原理

分配 y が、他の所得が不変のまま個人 j ($x_j < z$) の所得減によって、分配 x から得られた場合、

$$P(x, z) < P(y, z).$$

7) Sen (1976), Kakwani (1980), Chakravarty (1983), Donaldson = Weymark (1986).

が成り立つ。つまり、ある貧困者の所得が減少した場合、 $P()$ は増大する。

(WT) Weak Transfer 原理

分配 y が、貧困者からの所得順位を変えない逆進的移転によって、分配 x から得られた場合、

$$P(x, z) < P(y, z).$$

が成り立つ。ここでは、少なくとも所得の提供者が貧困者であることが想定されているが、貧困者間での移転に限定すれば、「最小移転原理」が採用されたことになる。

(RI) Replication Invariance 原理

(k)x を分配 x の k 個の複製ベクトルとするとき、

$$P(x, z) = P((k)x, z).$$

が成り立つ。つまり、同一の分配を複数個集めて1つの分配にしても、 $P()$ は変化しない。

(WTS) Weak Transfer Sensitivity 原理

ある分配 y において、所得 $\delta > 0$ を貧困所得 $y_i(y_k)$ から $y_j(y_i)$ へ移転して得られた分配を $x(x^1)$ とし、 $y_j - y_i = y_i - y_k > \delta$ 、移転後は誰も貧困線 z を超えないで、 $y_k > y_i$ ならば、

$$P(x, z) > P(x^1, z).$$

が成り立つ。

この原理は Kakwani (1980) が提示した3つの感応原理の1つである。この原理の基本的な考え方は、貧困の評価において他の条件が同一なら、所得移転の発生場所が分配の最低部に近いほど、その移転効果が強調されるべきだということである。

1.2 貧困測度

貧困線 z 以下の所得をもつ人々の数、貧困者数を q 、総人口を n とそれぞれするとき、所得の大きさの順に並べられた所得ベクトル、

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

にたいし、本稿で採用される貧困測度を以下に定義しておく。

a) 古典的貧困測度

1. 貧困率

$$H = q/n .$$

この測度は主要な原理のうち (F), (S) および (RI) を満たしているが, (M), (WT) および (WTS) を満たしていない。また, これは相対測度でもあり絶対測度でもある⁸⁾。

b) 相対貧困測度

2. 貧困ギャップ比

$$pgr = \frac{1}{n} \sum_i^q \frac{z - x_i}{z} .$$

この測度は主要な原理のうち (F), (S), (RI) および (M) を満たしているが, (WT) および (WTS) を満たしていない。

3. Sen (1976) 測度

μ_p を貧困集団の平均所得とするととき, 所得ギャップ比,

$$I = \frac{z - \mu_p}{z} .$$

と貧困者間のジニ係数 G_p にたいし, 貧困者数 q が十分に大きい場合, Sen 測度は,

$$S = H[I + (1 - I) G_p] .$$

と書くことができる。この測度は主要な原理のうち (F), (S), (M) および (WT) を満たしているが, (RI) および (WTS) を満たしていない。

4. Watts (1968) 測度

この測度は,

$$W = \frac{1}{n} \sum_i^q (\ln z - \ln x_i) .$$

と書け, この測度は (F), (S), (M), (RI), (WT) および (WTS) のすべての原理を満たしている⁹⁾。

8) Foster = Shorrocks (1991).

5. FGT 測度¹⁰⁾

この測度は、パラメータ α を含んでおり、一般的に

$$\text{FGT}(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_i^q \left(\frac{z - x_i}{z} \right)^\alpha, \alpha \geq 0.$$

と表され、 α の値によって満たされる諸原理が異なり、また上記の測度の一部と関連づけられる。 $\alpha = 0$ のとき貧困率、 $\alpha = 1$ のとき貧困ギャップ比をそれぞれ表し、 $\alpha > 1$ のとき、(F)、(S)、(M)、(RI) および (WT) が満たされ、 $\alpha > 2$ のとき、(F)、(S)、(M)、(RI)、(WT) および (WTS) のすべての原理が満たされる。また、この測度は α の値が大きくなるにつれて、貧困を集約する時に貧しい者ほどその所得ギャップを強調する。

c) 絶対貧困測度

6. 絶対型 FGT 測度

Foster=Shorrocks (1991) は絶対貧困測度の例として、 $z^\alpha \text{FGT}(\alpha)$ を取り挙げ検討しているので、これを $\text{FGTa}(\alpha)$ と書き「絶対型 FGT 測度」と呼ぶことにする¹¹⁾。

$$\text{FGTa}(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_i^q (z - x_i)^\alpha, \alpha > 1.$$

この測度は $\alpha > 1$ のとき、(F)、(S)、(M)、(RI) および (WT) が満たされ、 $\alpha > 2$ のとき、(F)、(S)、(M)、(RI)、(WT) および (WTS) のすべての原理が満たされる。また、この測度においては、相対型の場合と同じように α の値が大きくなるにつれて、貧困の要約時に極貧層ほどその所得ギャップが強調される。

7. Kolm-Zheng 測度¹²⁾

$$\text{KZ}(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_i^q \exp(\gamma(z - x_i) - 1), \gamma > 0.$$

9) Watts の貧困の概念についての検討は、Watts (1968)、Zheng (1993)、吉岡 (1994)、Muller (2001) などを参照。

10) Foster et al. (1984).

11) Atkinson (1992) や Ebert=Moyes (2002) などとも所得ギャップの一般化としてこの測度を取り挙げ検討している。

この測度は (F), (S), (M), (RI), (WT) および (WTS) のすべての原理を満たしている。また、この測度においては、パラメータ γ の値が大きくなるにつれて、貧困の要約時に極貧層ほどその所得ギャップが強調される。

1.3 分配感応指標

Sen (1976) において導入された「移転原理」¹³⁾を満たす測度は、分配感応測度といわれ、本稿での計測に採用される測度の中では、Sen, Watts, FGT, FGTa および Kolm-Zheng 測度がそのような測度である¹⁴⁾。「移転原理」とそれ以外の基本原理を満たす貧困測度間の特徴付けのために、Zheng (2000) は次のような加法分離可能測度の分配感応度の指標を提案している。

$$P(x, z) = \frac{1}{n} \sum_i^q p(x_i, z).$$

ここに、 $p(x, z)$ は個人の窮乏関数である¹⁵⁾。そこで、 $p(x, z)$ は $x \in [0, \infty)$ に関して連続であると仮定すると、 $P(x, z)$ は連続性の原理を満たすことになる。さらに、 $p(x, z)$ の x に関する1次偏導関数および2次偏導関数の存在を仮定し、それぞれ $p_x(x, z)$, $p_{xx}(x, z)$ と表すと、

$$s(x, z) = -\frac{p_{xx}(x, z)}{p_x(x, z)}.$$

と書けるので、以下、4種類の加法分離可能測度の分配感応度 $s(x, z)$ は次のようになる。

Watts, $s(x, z) = 1/x$.

FGT, $s(x, z) = (\alpha - 1)/(z - x)$, $\alpha > 1$.

FGTa, $s(x, z) = (\alpha - 1)/(z - x)$, $\alpha > 1$.

Kolm-Zheng, $s(x, z) = \gamma$, $\gamma > 0$.

12) Zheng (2000) において絶対的不平等の Kolm 測度 (1976) が参考にされて提示された貧困測度なので、Kolm-Zheng 測度と呼ぶことにする。

13) この原理は、貧困者から、この貧困者よりも高い所得者への所得移転が貧困の増大をもたらすことを要請する。

14) 分配感応測度として他に例えば、Clark et al.(1981) の第2測度がある。

15) 「喪失感関数」(橘木・浦川 2006, p.67) と和訳される場合がある。

したがって、Watts 測度の場合、所得 x が低くなるにつれて分配感応度が高まり、FGT 測度の場合、絶対型でも相対型でも、 α の値が大きくなるにつれて、あるいは所得が高くなるにつれて分配感応度が高まる。また、Kolm-Zheng 測度の場合、 γ の値が大きくなるにつれて、分配感応度が高まるが、その効果はどの貧困層に対しても一定である。また、 $s(x, z)$ は貧困回避度の指標と解釈することができる。この貧困回避の概念は、Seidl (1988) や Dagum (1990) などで用いられているが、Zheng は次のような定義を与えている。ある貧困測度が他の貧困測度よりも分配感応的であるとき、かつそのときに限って、前者は後者よりも貧困回避的である¹⁶⁾。

2. 所得不平等度と貧困度の時系列変動

我が国における所得分配の不平等性の時系列変動は、『国民生活基礎調査』（厚生労働省）の17から25所得階級データ¹⁷⁾を利用して1970年代中期から2003年あるいは2004年頃までについて、吉岡（2007, 2008）において明らかにされている¹⁸⁾。また、我が国における貧困の相対測度¹⁹⁾の時系列変動は、上と同じデータを用いて1970年代中期から2002年あるいは2003年頃までについて、吉岡（2006, 2006a）において明らかにされている。以下、絶対型測度は不平等度についても貧困度についても消費者物価指数によって調整された実質所得から計測されている。

2.1 絶対測度の変動

上記のデータによって計測し作成された図2-1は、所得分配の絶対的不平等度の1970年代中期から2005年までの時系列変動を表している。この図による

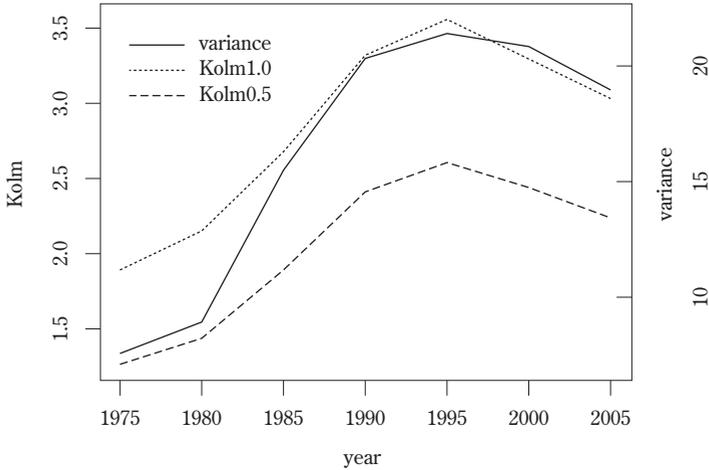
16) Zheng (2000a, pp.117-118).

17) 我が国の所得分配に関する統計資料の概要とその問題点は、青木（1979）、橋木・八木（1994）、吉岡（1995）などを参照。

18) 絶対的測度として Kolm 測度及び分散が、相対的測度として Gini 係数、Theil 測度、Atkinson 測度および MLD が夫々利用されている。

19) 貧困率、貧困ギャップ比、Sen 測度、Watts 測度、FGT 測度。

図 2 - 1 絶対不平等測度の時系列変動
Kolm & variance



(資料) 厚生労働省『国民生活基礎調査』各年版により計測・作成。

表 2 - 1 貧困の絶対測度

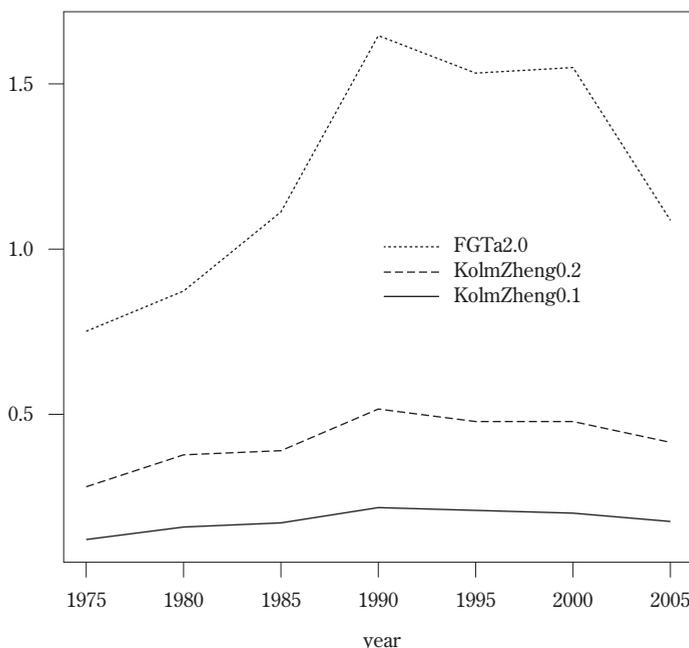
貧困線 = median/2

所得年	FGTa (2.0)	FGTa (2.5)	KolmZheng (0.1)	KolmZheng (0.2)
1975	0.7527	0.7778	0.1182	0.2816
1980	0.8750	0.9593	0.1528	0.3735
1985	1.1179	1.2813	0.1645	0.3909
1990	1.6549	2.1071	0.2140	0.5130
1995	1.5425	1.9244	0.2029	0.4799
2000	1.5541	1.9431	0.2019	0.4759
2005	1.0904	1.2878	0.1746	0.4136

(資料) 厚生労働省『国民生活基礎調査』各年版により計測。

と、絶対不平等測度としての Kolm 測度および分散は、1975年から1995年頃まで上昇し、それ以降2005年頃まで低下している。表 2 - 1 は貧困の絶対型測度の1970年代中期から2005年までの計測結果であり、それを利用して作成された図 2 - 2 によると、貧困の絶対測度としての FGTa および Kolm-Zheng 測度は、1975年から1990年頃まで上昇し、それ以降2005年頃まで低下している。このよ

図 2-2 貧困の絶対測度の時系列変動
FGTa & KolmZheng

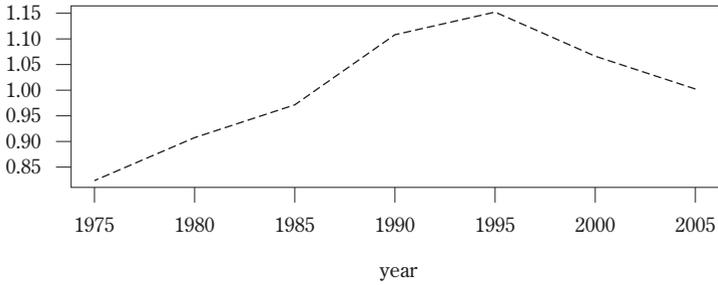


(資料) 表 2-1 により作成。

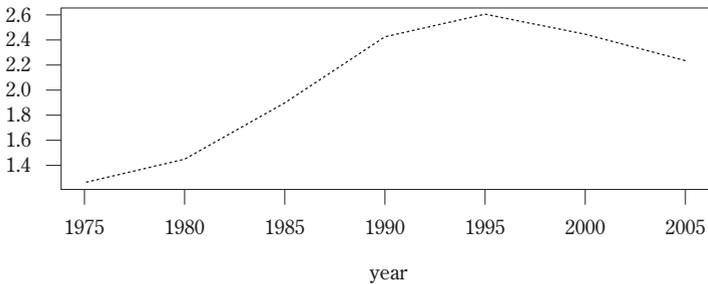
うに、不平等の絶対測度と貧困の絶対測度の1970年代中期からの約30年間の変動はほぼ同じだが、低下に転じた時点が若干異なる。

『国民生活基礎調査』によると世帯の平均所得（実質）は1975年から1995年頃まで上昇し、それ以降2005年頃まで低下している。したがって、最近の30年間の絶対不平等度と実質所得の変動はほぼ同じとみていいだろう（図 2-3）。平均所得の低下期には絶対的の不平等の低下に絶対的貧困の低下が伴っている。夫々の所得階層の実質所得の等比例的な低下によって、夫々の所得階層の所得差が縮小することがあるが、この時期には高所得層の所得の低下幅が大きく、低所得層の所得の低下幅が小さいために夫々の階層の所得差が縮小している。1970年代中期からの約20年間のように、高所得層の所得の上昇幅が、低所得層

図 2-3 実質所得指数と Kolm 測度の時系列変動
real income index



Kolm0.5



(資料) 図 2-1 に同じ。

の所得の上昇幅よりも大きければ、夫々の階層の所得差が拡大する。

まず、1990年代中期以降の世帯の平均所得の低下期について上のことを同じ調査の所得五分位階層別世帯所得データで確認してみよう。表 2-2 は五分位階層グループ別年間所得の推移 (1996-2005年) を示している。明らかに、最高所得分位グループ 5 の平均所得の低下傾向が一番大きく、このことがほかの分位グループとの所得差を縮めており、絶対的の不平等度の低下と絶対的貧困度の低下をもたらしている。1980年代中期以降の約10年間の平均所得の上昇期については、同じ調査の所得四分位階層別世帯所得データが利用できる。四分位階層グループ別年間所得の推移 (1986-1995年) を示した表 2-3 によると、

表 2-2 所得五分位階層別年間所得の年次推移

単位：万円

所得年	平均	第 1 分位	第 2 分位	第 3 分位	第 4 分位	第 5 分位
1996	661.2	148.4	345.5	543.3	802.7	1466.2
1997	657.7	146.9	340.8	538.5	792.7	1469.8
1998	655.2	153.8	354.9	545.8	782.2	1439.5
1999	626.0	141.9	320.0	507.1	755.0	1405.7
2000	616.9	136.5	316.0	497.4	743.3	1391.2
2001	602.0	135.0	310.4	486.1	728.8	1349.9
2002	589.3	126.9	303.4	477.6	716.3	1322.0
2003	579.7	131.4	305.4	478.1	710.5	1272.9
2004	580.4	123.9	291.7	465.8	725.4	1295.1
2005	563.8	129.0	289.8	459.5	679.7	1261.4

(資料) 厚生労働省『国民生活基礎調査』各年版により作成。

表 2-3 所得四分位階層別年間所得の年次推移

単位：万円

所得年	平均	第 1 分位	第 2 分位	第 3 分位	第 4 分位
1986	505.6	162.0	343.3	532.8	984.4
1987	513.2	159.5	343.6	541.8	1008.1
1988	545.3	161.2	359.1	566.7	1094.2
1989	566.7	165.8	372.8	588.3	1139.9
1990	596.6	176.4	396.9	623.0	1190.2
1991	628.8	173.6	409.4	656.9	1275.3
1992	647.8	182.1	425.6	684.1	1299.6
1993	657.5	192.8	437.7	696.9	1302.7
1994	664.2	177.4	424.1	689.7	1365.5
1995	659.6	189.8	434.1	695.3	1319.4

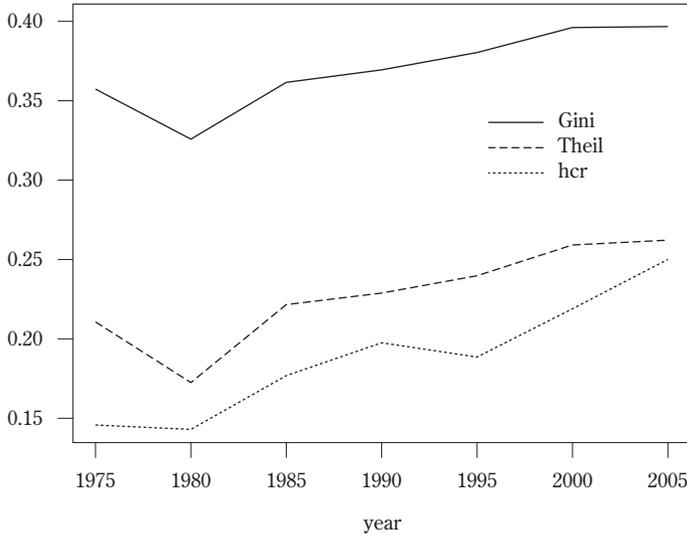
(資料) 表 2-2 に同じ。

最高所得階層である所得分位グループ 4 の所得の上昇幅が、その他の所得分位グループの所得の上昇幅よりも大きく、そのために夫々の階層の所得差が拡大している。

2.2 相対測度の変動

『国民生活基礎調査』によって計測し作成された図 2-4 によると、相対不平等測度としての Gini 係数および Theil 測度は、1980年代初頭から2005年頃ま

図 2-4 相対不平等測度と貧困率の時系列変動
measures



(資料) 図 2-1 に同じ。

表 2-4 貧困の相対測度

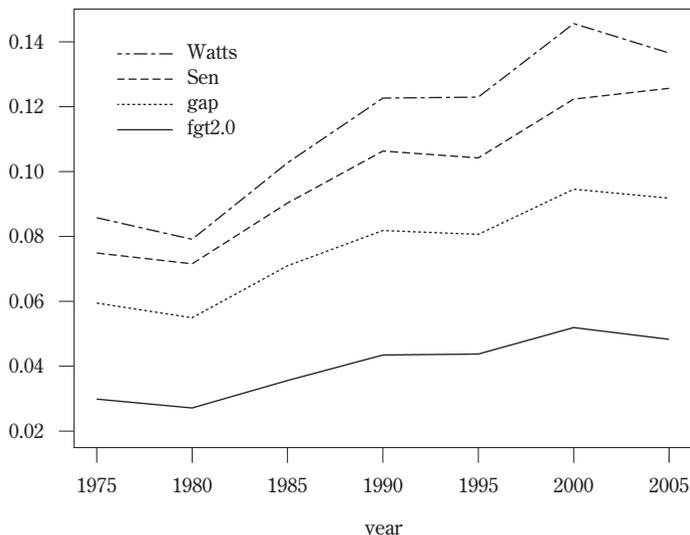
貧困線 = median/2

所得年	hcr	Watts	Sen	pg	FGT (2.0)	FGT (2.5)
1975	0.1455	0.08605	0.07515	0.0595	0.0298	0.0223
1980	0.1438	0.07941	0.07143	0.0548	0.0270	0.0201
1985	0.1771	0.10273	0.09036	0.0711	0.0356	0.0266
1990	0.1976	0.12284	0.10604	0.0819	0.0434	0.0333
1995	0.1891	0.12329	0.10434	0.0808	0.0439	0.0341
2000	0.2191	0.14594	0.12262	0.0948	0.0522	0.0409
2005	0.2499	0.13681	0.12561	0.0918	0.0483	0.0370

(資料) 表 2-1 に同じ。

で上昇している。貧困の相対測度の計測結果である表 2-4 を利用して作成された図 2-5 によると、貧困の相対測度としての貧困率、Watts 測度、Sen 測度、貧困 gap および FGT 測度は、1980年代初頭から2005年頃まで上昇している (図 2-4)。つまり、不平等の相対測度と貧困の相対測度の1970年代中期

図 2-5 貧困の相対測度の時系列変動
measures



(資料) 表 2-4 により作成。

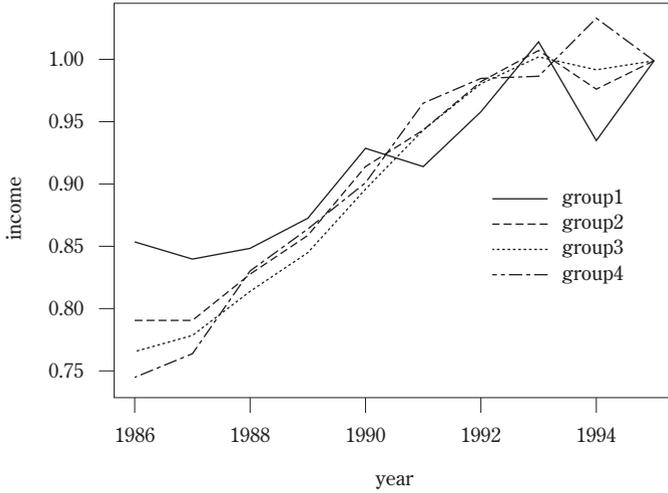
からの約30年間の変動はほぼ同じであり、平均所得の上昇期でも低下期でも相対的不平等の上昇に相対的貧困の上昇が伴っている。所得の上昇期には高所得層の所得の伸びが相対的に高く、低所得層の所得の伸びが相対的に低くければ、高所得層と低所得層の所得比が拡大し、所得の低下期ではその逆が作用すれば高所得層と低所得層の所得比が拡大する。

四分位階層グループ別相対所得の推移（1986-1995年）を示した図 2-6 によると²⁰⁾、最低所得層の分位グループ1の所得の伸びが、その他の所得分位グループの所得の伸びよりも相対的に低くいために所得階層間の所得比が拡大し、相対的不平等と相対的貧困の上昇がもたらされている。また、図 2-7 は五分位階層グループ別相対所得の年次推移（1996-2005年）を示している²¹⁾。最低

20) ここでの相対所得とは、夫々の分位階層の1995年の平均所得を1とした場合の夫々の分位階層の所得である。

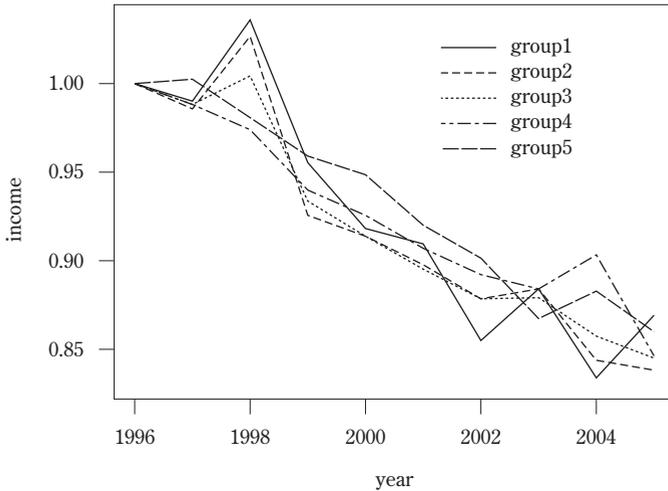
21) ここでの相対所得とは、夫々の分位階層の1996年の平均所得を1とした場合の夫々の分位階層の所得である。

図 2-6 四分位階層別相対所得の年次推移
relative income by quartile group



(資料) 表 2-2 に同じ。

図 2-7 五分位階層別相対所得の年次推移
relative income by quintile group



(資料) 表 2-2 に同じ。

所得分位グループ1の相対所得の低下が他の所得分位グループの相対所得の低下よりも大きいようである。したがって、1990年代中期以降の平均所得の低下期には、低所得層の所得の低下が中所得層や高所得層の所得の低下よりも相対的に大きいために低所得層とそれ以外の所得層との所得比が拡大している。

ところで、貧困率を中心とする相対測度の最近の上昇要因はいくつかの先行研究で論じられている²²⁾。その主要因として、第1に、所得不平等性の上昇要因と同じように、人口の高齢化によりもともと貧困度の高い(単身)高齢者世帯が増加したこと、第2に、貧困度の高い単身世帯や母子世帯の増加をもたらす世帯構造の変化があったこと、第3に、社会保障と税制の貧困削減効果が減少したこと²³⁾、第4に、就労貧困者の増加、若年世帯の失業の増加、非正規労働者比率の上昇などによって市場所得が低下、不平等化したこと、などが挙げられよう。本稿で明らかにされたことは、特に第4の要因に係っている。つまり、近年低所得層の所得の低下が中所得層や高所得層の所得の低下よりも相対的に大きいために低所得層とそれ以外の所得層との所得比が拡大し、相対的不平等度と相対的貧困度の上昇がもたらされており、そしてこのことは近年の低所得世帯の増加の反映でもある。

お わ り に

我が国においては、貧困に関しても所得不平等に関しても絶対測度の計測の試みがほとんどみられない。そこで、本稿では、『国民生活基礎調査』(厚生労働省)を利用して、貧困の絶対測度および相対測度と所得不平等の絶対測度および相対測度との1970年代中期から2005年にかけての推移が明らかにされた。そこで、本稿の結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 絶対不平等測度としてのKolm測度および分散は、1975年から1995年頃まで上昇し、それ以降2005年頃まで低下している。貧困の絶対測度として

22) 阿部(2006)、橋木・浦川(2006, 2007)、小塩・浦川(2008)。

23) 社会保障と直接税による貧困度の改善率が1970年代中期から1980年代にかけて低下して以降、2001年頃までそれに大きな変化はない(吉岡2006)。

の FGTa および Kolm-Zheng 測度は、1975年から1990年頃まで上昇し、それ以降2005年頃まで低下している。したがって、不平等の絶対測度と貧困の絶対測度の最近の約30年間の変動はほぼ同じだが、低下に転じた時点が若干異なる。

- (2) 最近の30年間の絶対不平等度および絶対的貧困度の変動と実質所得の変動はほぼ同じで、密接に関連している。
- (3) 平均所得の上昇期には、高所得層の所得の上昇幅が、その他の所得層の所得の上昇幅よりも大きいために階層間の所得差が拡大している。1990年代中期以降の平均所得の低下期には、高所得層の所得の低下幅が一番大きく、このことがその他の所得層との所得差を縮めている。
- (4) 相対不平等測度としての Gini 係数および Theil 測度は、1980年代初頭から2005年頃まで上昇している。貧困の相対測度としての貧困率、Watts 測度、Sen 測度、貧困ギャップ比および FGT 測度は、1980年代初頭から2005年頃まで上昇している。つまり、不平等の相対測度と貧困の相対測度の1970年代中期からの約30年間の変動はほぼ同じであり、平均所得の上昇期でも平均所得の低下期でも上昇している。
- (5) 平均所得の上昇期には、最低所得層の相対所得の伸びが、その他の所得層の所得の伸びよりも相対的に低くいために所得階層間の所得比が拡大し、相対的不平等と相対的貧困の上昇がもたらされている。また、平均所得の低下期には、低所得層の相対所得の低下が中所得層や高所得層の所得の低下よりも相対的に大きいために低所得層とそれ以外の所得層との所得比が拡大している。

本稿で明らかにされたように相対的貧困率の中期的な時系列変動は、他の貧困の相対測度の変動傾向とおおきな違いはない。1960年代中期から1990年代初期にかけての貧困率の年次推移を実証した吉岡（1996）と本稿の結果とを結びつけると、我が国の貧困率は、1970年代初期と1990年代中期の一時的な低下を除くと、1960年代中期以降約40年間上昇しているといえる。

参 考 文 献

- 阿部彩 (2006). 貧困の現状とその要因; 1980-2000年代の貧困率上昇の要因分析 小塩・田近・府川編『日本の所得分配』東京大学出版会 第3章。
- 青木昌彦 (1979). 『分配理論』筑摩書房 第2章。
- Atkinson, A. B. (1992). Measuring Poverty and Differences in Family Composition, *Economica*, 59, 1-16.
- Blackorby, C. and D. Donaldson (1980). Ethical Indices for the Measurement of Poverty, *Econometrica*, 48, 1053-1062.
- Chakravarty, S. R. (1983). A New Index of Poverty, *Mathematical Social Sciences*, 6, 307-313.
- Clark, S., R. Hemming and D. Ulph (1981). On Indices for the Measurement of Poverty, *Economic Journal*, 91, 515-526.
- Dagum, C. (1990). On the Relationship between Income Inequality Measures and Social Welfare Functions, *Journal of Econometrics*, 43, 91-102.
- Donaldson, D. and J. A. Weymark (1986). Properties of Fixed Population Poverty Indices, *International Economic Review*, 27, 667-688.
- Ebert, U. and P. Moyes (2002). An Simple Axiomatization of the Foster, Greer, and Thorbecke Poverty Orderings, *Journal of Public Economic Theory*, 4, 455-473.
- Foster, J. E., J. Greer and E. Thorbecke (1984). A Class of Decomposable Poverty Measures, *Econometrica*, 52, 761-766.
- Foster, J. E. and A. F. Shorrocks (1991). Subgroup Consistent Poverty Indices, *Econometrica*, 59, 687-709.
- Kakwani, N. C. (1980). On a Class of Poverty Measures, *Econometrica*, 48, 437-446.
- Kolm, S. Ch. (1976). Unequal Inequalities I, *Journal of Economic Theory*, 12, 416-442.
- Muller, C. (2001). The Properties of the Watts Poverty Index under Lognormality, *Economics Bulletin*, 9, 1-9.
- 小塩隆士・浦川邦夫 (2008). 2000年代前半の貧困化傾向と再分配政策『季刊社会保障研究』44, 278-290.
- Seidl, C. (1988). Poverty Measurement: A survey, in D. Bös, M. Rose, and C. Seidl (eds.), *Welfare and Efficiency in Public Economics*, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 71-147.
- Sen, A. K. (1976). Poverty: An ordinal approach to measurement, *Econometrica*, 44, 219-231.
- Sen, A. K. (1981). *Poverty and Famines: An essay on entitlement and deprivation*, Oxford: Oxford University Press.
- Sen, A. K. (1985). A Sociological Approach to the Measurement of Poverty: Reply to Professor Peter Townsend, *Oxford Economic Papers*, 37, 669-676.
- 橋木俊昭・八木匡 (1994). 所得分配の現状と最近の推移 石川経夫編『日本の所得分配と富の分配』東京大学出版会 第1章。
- 橋木俊昭・浦川邦夫 (2006). 『日本の貧困研究』東京大学出版会 第3章。
- 橋木俊昭・浦川邦夫 (2007). 日本の貧困と労働に関する実証分析『日本労働研究雑誌』no.563, 4-19.
- Takayama, N. (1979). Poverty, Income Inequality and their Measures: Professor Sen's axiomatic approach reconsidered, *Econometrica*, 47, 747-759.
- 高山憲之 (1980). 『不平等の経済分析』東洋経済新報社 第3章。
- Townsend, P. (1954). Measuring Poverty, *British Journal of Sociology*, 5, 130-137.
- Townsend, P. (1985). A Sociological Approach to the Measurement of Poverty: A rejoinder to Professor Amartya Sen, *Oxford Economic Papers*, 37, 659-668.

- Watts, H. (1968). An Economic Definition of Poverty, in D. P. Moynihan (ed.), *On Understanding Poverty*, New York: Basic Books, 316-329.
- 吉岡慎一 (1986). 社会保障と租税の所得再分配効果『経済と経営』(札幌大学) 17(1), 79-146.
- 吉岡慎一 (1994). 貧困の経済学的定義と主観的貧困線『西南学院大学経済学論集』28 (3・4), 93-115.
- 吉岡慎一 (1995). アメリカと日本における所得分配の変動『西南学院大学経済学論集』30(3), 91-133.
- 吉岡慎一 (1996). 貧困線と貧困率『西南学院大学経済学論集』31(2・3), 93-115.
- 吉岡慎一 (2006). 貧困の測定と所得再分配『西南学院大学経済学論集』40(4), 83-105.
- 吉岡慎一 (2006a). 日本における貧困の計測：確率優越と貧困曲線『西南学院大学経済学論集』41(3), 147-167.
- 吉岡慎一 (2007). 日本における所得分配の絶対的及び相対的不平等の計測：一般化ローレンツ曲線と基数型測度『西南学院大学経済学論集』42(1・2), 127-150.
- 吉岡慎一 (2008). 絶対的及び相対的所得不平等度の要因分解『西南学院大学経済学論集』43(3), 69-105.
- Zheng, B. (1993). An Axiomatic Characterization of the Watts Poverty Index, *Economics Letters*, 42, 81-86.
- Zheng, B. (1997). Aggregate Poverty Measures, *Journal of Economic Surveys*, 11, 123-162.
- Zheng, B. (2000). Poverty Orderings, *Journal of Economic Surveys*, 14, 427-467.
- Zheng, B. (2000a). Minimum Distribution-Sensitivity, Poverty Aversion, and Poverty Orderings, *Journal of Economic Theory*, 95, 116-137.

補論：所得階級の開端区間の処理法

はじめに

所得分配に関する個票データは一般的には利用可能ではなく、ほとんどの国ではその分布の要約表が政府関連の統計局から公表されるのが通常である。所得分配の要約表は特定の所得範囲ごとにその範囲に入る個人や世帯の度数が示された形式で与えられ、この所得階級別の世帯数から不平等度や貧困度のような要約統計量を計測する場合、階級の代表値としてその中央値や平均値を採用するのが一般的だが、最高階級の開端区間の処理法に定まった方法はなく、その代表値を得る方法として3つほど考えられる；

- (a) 開端区間の始点や始点の1.25倍、1.5倍、2倍などを採用する。
- (b) 最高階級の1つ下の階級の区間幅を最高階級の始点に加える。
- (c) 上位のいくつかの階級にパレートのようなパラメトリックな分布を仮定する。

そこで、この補論では方法(c)が検討され、実際の所得分布のピーク以降に古典的パレートの分布を仮定しても一般化パレートの分布を仮定しても、最上位の開端区間は、一様分布とみなしてもよく、したがって従来のこの開端区間の簡便な処理法は正当だという至極当たり前の結果が処理しがたい実際のデータを用いて明らかにされる。

1. 古典的パレートの分布

確率変数 x で所得を表すとき、よく知られた古典的パレートの分布は次のような累積分布関数で定義される²⁴⁾。

$$F(x) = 1 - (x/x_0)^{-a}, x \geq x_0 > 0.$$

24) 社会科学における規模分布については、Kleiber=Kotz (2003) が詳しい。

ここに、 $a > 0$ は形状母数であり、 $x_0 > 0$ は規模を表す。密度関数は、

$$f(x) = (a/x_0)(x/x_0)^{-a-1}, x \geq x_0 > 0.$$

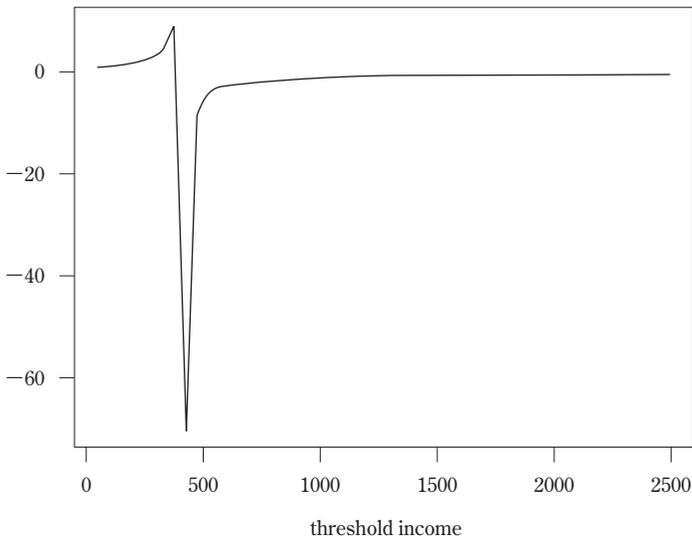
と表される。母数の代表的な推定法には最小自乗法と最尤法とがあり、どちらの推定法においても規模母数を事前に決めておく必要があり、一意的な決定法はないが、ここでは形状母数の推定に最尤法を採用する。

大きさの順に並べられた n 個の所得データ $x(j), j=1, \dots, n$ があるとき、形状母数の最尤推定量 $\hat{\alpha}$ は次のようになる。

$$\hat{\alpha} = n \left(\sum_j \log \frac{x(j)}{x_0} \right)^{-1}.$$

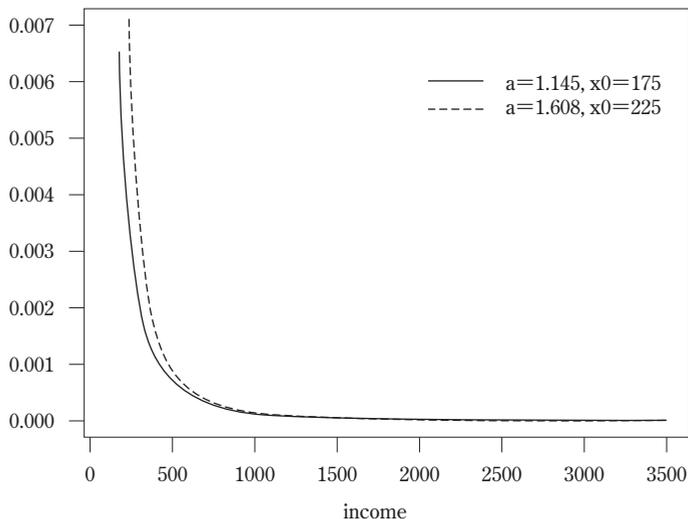
閾値 x_0 は順序統計量 $x(j)$ の最小値だが⁸、実際の推定の際には閾値を変動させて、妥当な当てはまりのよい基準値が採用され、形状母数が推定される。『国民生活基礎調査』（厚生労働省）の所得データ（2005年）に関して推定されたパレート係数曲線（図1）によると、形状母数は負値から正値まで大きく変動

図1 推定パレート係数 2005年
estimated Pareto parameters



(資料) 厚生労働省『国民生活基礎調査』2006年版により計測・作成。

図2 パレート分布 2005年
Pareto distribution



(資料) 図1に同じ。

する。19世紀末からの約100年間におよぶこの分野の各国における実証研究で、形状母数の値が1.5前後になることが知られている²⁵⁾。そこで、 $1.0 \leq a \leq 2.0$ の範囲で最尤解を見つけると、 $1.145 \leq a \leq 1.608$ となり、したがってこの25階級データでは第4階級と第5階級の夫々の代表値を最小基準値に採用すればよいことがわかる。また、区間 $175 \leq x_0 \leq 225$ では、推定パレート係数曲線は直線と想定してもよいから、推定値を $(1.145 + 1.608) / 2 = 1.377$ としてもよい。2つの推定係数で描いたパレート分布(図2)によると、所得1500万円以上の区間は一様分布のようで、少なくともデータの開端区間の始点2000万円以上の区間は一様分布と見なしてよいと思われる。1995年所得データによる計測結果、 $1.283 \leq a \leq 1.728$ を採用してもほぼ同様のことがいえよう(表1)。次で検討さ

25) パレート係数は経験的に $1.5 \leq a \leq 2.5$ の範囲にあるという見解もある(Cowell, 1995, ch.4, pp.87-88)。また、形状母数の値が小さいほど不平等を表すといわれているが、この係数が分布全体の不平等度を表すと解釈することは出来ない。

表1 パレート係数の最尤推定値

最小基準値	2005年	1995年
	パレート係数	パレート係数
50	0.470	0.438
75	0.581	0.532
125	0.827	0.731
175	1.145	0.970
225	1.608	1.283
275	2.375	1.728
325	3.936	2.428
375	9.012	3.722
425	-70.437	6.967
475	-7.973	30.952
525	-4.434	-14.755
575	-3.160	-6.299
625	-2.501	-4.130
675	-2.097	-3.134
725	-1.824	-2.561
775	-1.626	-2.187
825	-1.476	-1.924
875	-1.358	-1.728
925	-1.263	-1.577
975	-1.184	-1.456
1050	-1.089	-1.314
1150	-0.990	-1.174
1350	-0.855	-0.988
1750	-0.700	-0.786
2500	-0.560	-0.614

(資料) 厚生労働省『国民生活基礎調査』各年版により計測。

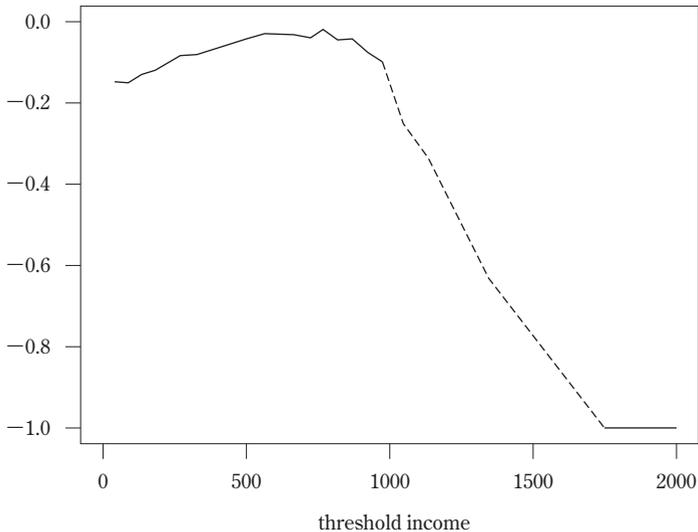
れるように、一般化パレート分布 (GPD) の形状母数が特定の値をとるとき、GPD が一様分布になることが理論的にわかっている。

2. 一般化パレート分布

古典的パレート分布の一般化は、経済学分野において様々な方向に行われているが²⁶⁾、Pickands (1975) によって極値理論に導入された GPD が、その有用性、融通性の故に自然科学の多様な分野でよく利用されている。GPD の密

26) Kleiber=Kotz (2003, ch.3).

図3 一般化パレート分布の推定形状母数 2005年
estimated GPD shape parameters



(資料) 図1に同じ。

度関数は、

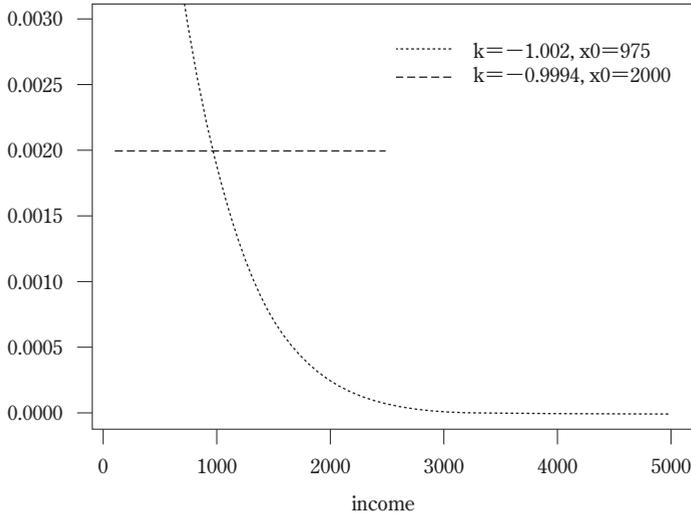
$$g(x) = \frac{1}{b} \left(1 + \frac{k(x-x_0)}{b} \right)^{-\frac{1}{k}}, \quad k \neq 0, b > 0.$$

と表される。ここに、 b は規模母数、 k は形状母数をそれぞれ表し、これは $k = 0$ のとき指数分布、 $k = -1$ のとき一様分布にそれぞれなる。

母数を推定するに当たって事前に閾値 x_0 を定める必要があるが、決定的な方法はなく、一般的に閾値を低く採りすぎるとバイアスが大きくなり、高く採りすぎると分散が大きくなる。また、閾値の決め方は分析目的にもよる。図3の実線は、夫々の所得階級の代表値を閾値とし、それを変動させたときの形状母数の最尤推定値である。最尤推定値は数値的に最適化して求められるが²⁷⁾、破線部は繰り返し計算が一定基準内に収束しなかった閾値に対応する。ここで

27) 最適化計算には R 関数 `optim` が利用されている。

図4 一般化パレート分布 2005年
Generalized Pareto Density



(資料) 図1と同じ。

の目的は、データの最上位の開区間の様子の解明であり、そこで、繰り返し計算が収束しなかった閾値の直前の閾値を採用すると、推定されたGP密度は²⁸⁾、ほぼ一様分布とみなすことができる。また、閾値が高くなるにつれてAIC²⁹⁾が小さくなるから、高い閾値を採用しても本稿の目的を達成することができる。 $k = -1.0$ の場合GP密度は有限の裾をもつ一様分布になるが、閾値を1750としたとき4000近辺で打切りとなる。 $k = -0.9994$ の場合閾値を2000とすると、裾が有限値2500近辺で打切りとなる一様分布とみることができる(図4)。つまり、最高階級の開端区間の代表値は、連続区間(2000-4000)から任意に選択することができ、代表値の選択方法(a)は正当化される。分布を比較するとき重要なのは選択方法を変えないことである。本稿や吉岡(2006, 2007, 2008)における計測では最高階級の開端区間の代表値として、原則的に開端区

28) scale = 503.8, $k = -0.1002$.

29) 赤池情報量規準。

間の始点の1.25倍が採用されている。

参 考 文 献

- Cowell, F. A. (1995). *Measuring Inequality* (2nd ed.), London : Prentice Hall/Harvester.
- Kleiber, C. and S. Kotz (2003). *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*, New York : John Wiley & Son.
- Pickands, J. (1975). *Statistical Inference Using Extreme Order Statistics*, *Annals of Statistics*, 3, 119–131.
- 吉岡慎一 (2006). 日本における貧困の計測：確率優越と貧困曲線『西南学院大学経済学論集』41(3), 147–167.
- 吉岡慎一 (2007). 日本における所得分配の絶対的及び相対的不平等の計測：一般化ローレンツ曲線と基数型測度『西南学院大学経済学論集』42(1・2), 127–150.
- 吉岡慎一 (2008). 絶対的及び相対的所得不平等度の要因分解『西南学院大学経済学論集』43(3), 69–105.